



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

INTRODUZIONE AL DOE come strumento di sviluppo prodotto

Francesca Campana

Parte 3

*Piani a fattore singolo e relativi test di
interpretazione*



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

PIANI A SINGOLA VARIABILE

- Questi piani sono l'esempio più semplice di sperimentazione attraverso i quali si possono introdurre metodi e concetti applicabili anche negli altri tipi di DOE quali:
 - Il metodo dell'ANOVA per stimare l'efficacia dei trattamenti investigati
 - La valutazione delle variabili di disturbo attraverso il blocking

ANalisi Of VAriance

Caso: variabile singola con effetto fisso

In presenza di una variabile investigata su k livelli ciascuno con n repliche si può scrivere:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \quad \begin{array}{l} i = 1, k \\ j = 1, n \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Total SS} = \text{SST} + \text{SSE} \\ \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2 + \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \end{array}$$

$kn - 1$ $k - 1$ $kn - 1 - k + 1$

$MST = SST / (k - 1)$
 $MSE = SSE / (kn - k)$

$F_0 = \frac{MST}{MSE}$

H_0 è rifiutata se $F_0 > F_{\alpha, k-1, kn-k}$

Trovato F_0 l'ipotesi nulla, H_0 , è accettata o rifiutata in base al valore $F_{\alpha, k-1, kn-k}$

α è la significatività del test ovvero la P (rifiutare H_0 sebbene sia vera)

$100(1 - \alpha)\%$ è la confidenza ovvero la percentuale di accettare H_0 nel caso sia vera.

Molto spesso non si fissa a priori α (o il suo complemento a 1) ma si stima il cosiddetto P -value

Il P -value è il più piccolo livello di α (fissato un certo $k-1$ e $kn-k$) che conduce al rifiuto dell'ipotesi nulla H_0

ANalisi Of VAriance

Etch rate (A/min) di un plasma etching process

Un generatore a radio frequenza genera il plasma: che legame c'è tra la potenza del segnale con la velocità di incisione?

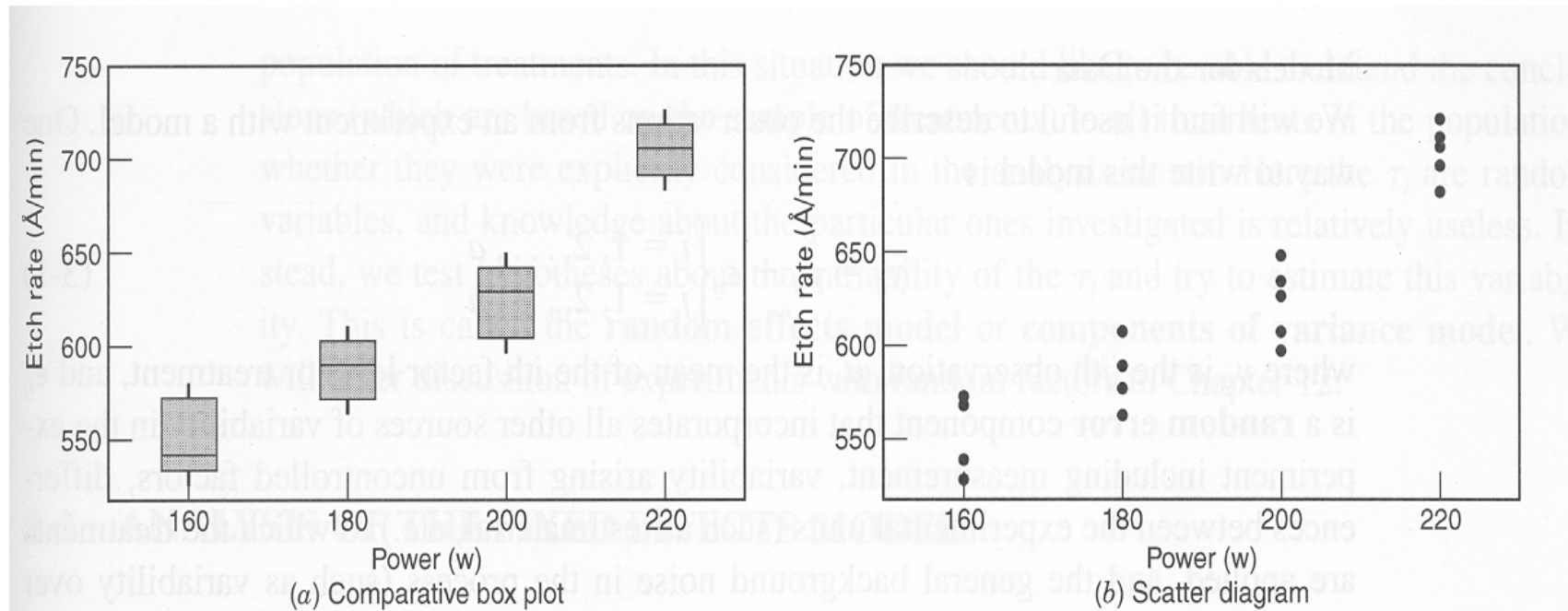
Power (W)	Observations [Angstrom/min]					Totals	Averages
	1	2	3	4	5		
160	575	542	530	539	570	2756	551.2
180	565	593	590	579	610	2937	587.4
200	600	651	610	637	629	3127	625.4
220	725	700	715	685	710	3535	707.0

Il gas del plasma è a composizione costante e la distanza tra anodo e catodo è fissa.

Le osservazioni sono state casualizzate!



ANalisi Of VAriance



Se rifiutiamo l'ipotesi sebbene sia vera (quindi affermiamo che i trattamenti non sono efficaci pur essendolo nella realtà) abbiamo una probabilità di errore del 99% (questa è la confidenza massima possibile 100(1-Pvalue)%)

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F_0	P-Value
RF Power	66,870.55	3	22,290.18	$F_0 = 66.80$	<0.01
Error	5339.20	16	333.70		
Total	72,209.75	19			

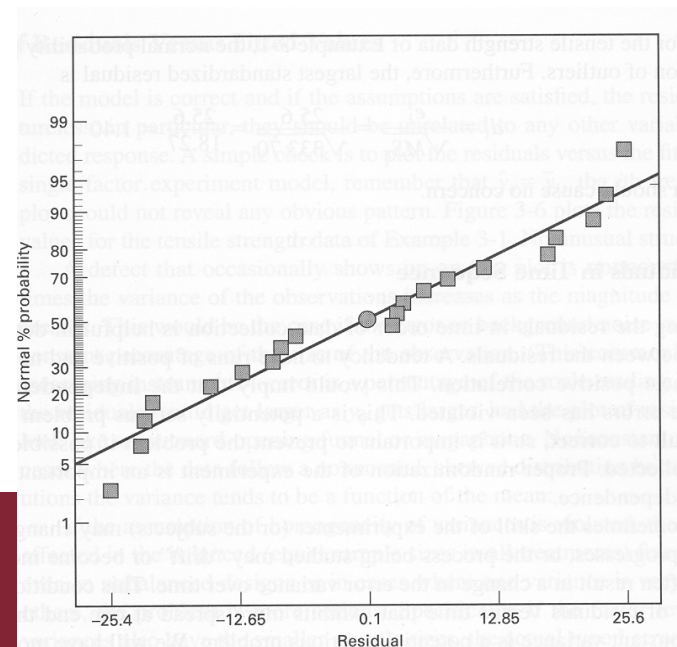
ANalisi Of VAriance

Power (W)	Observations (j)					$\hat{y}_{ij} = \bar{y}_i$
	1	2	3	4	5	
160	23.8 575 (13)	-9.2 542 (4)	-21.2 530 (14)	-12.2 539 (8)	18.8 570 (5)	551.2
180	-22.4 565 (17)	5.6 593 (6)	2.6 590 (18)	-8.4 579 (16)	22.6 610 (9)	587.4
200	-25.4 600 (20)	25.6 651 (1)	-15.4 610 (19)	11.6 637 (7)	3.6 629 (10)	625.4
220	18.0 725 (2)	-7.0 700 (15)	8.0 715 (11)	-22.0 685 (12)	3.0 710 (3)	707.0

The residuals are shown in the box in each cell. The numbers in parentheses indicate the order in which each experimental run was made.

I residui sono la differenza tra il valore corrente della y_{ij} meno la media per trattamento

Il normal probability plot dei residui dimostra un andamento "normale" se i punti cadono lungo una retta



Nell'esempio precedente sono ben evidenziati due principi di base del DOE: la replicazione e la casualizzazione

Replicazione: i test sono replicati (5 osservazioni per ogni livello di Potenza)

N.B. replicare non significa “misura ripetuta” ma ripetizione effettiva della prova.

Casualizzazione: l'ordine delle prove deve essere casuale

Tredicesimo test su 20 svolti in totale

Power (W)	Observations (j)					$\hat{y}_i = \bar{y}_i$
	1	2	3	4	5	
160	578 (13)	542 (4)	530 (14)	539 (8)	570 (5)	551.2
180	565 (17)	593 (6)	590 (18)	579 (16)	610 (9)	587.4
200	600 (20)	651 (1)	610 (19)	637 (7)	629 (10)	625.4
220	725 (2)	700 (15)	715 (11)	685 (12)	710 (3)	707.0

*The residuals are shown in the box in each cell. The numbers in parentheses indicate the order in which each experimental run was made.

Il terzo principio è il **Blocking = Bloccaggio**

Si realizza attraverso la suddivisione equa/bilanciata delle condizioni di prova in base alle fonti casuali di disturbo “note” e controllabili.

Attraverso il blocking l'ANOVA può aiutare a comprendere se un fattore è rilevante “prescindere” dalla presenza di un altro fattore detto di disturbo (che viene bocciato secondo la procedura di seguito illustrata)

ANalisi Of VARiance

Caso: variabile singola + 1 fattore di disturbo da “bloccare”

In presenza di una variabile di disturbo “controllabile” si realizza il caso più semplice di **Randomized Complete Block Design**

Extrusion Pressure (PSI)	Batch of Resin (Block)						Treatment Total
	1	2	3	4	5	6	
8500	90.3	89.2	98.2	93.9	87.4	97.9	556.9
8700	92.5	89.5	90.6	94.7	87.0	95.8	550.1
8900	85.5	90.8	89.6	86.2	88.0	93.4	533.5
9100	82.5	89.5	85.6	87.4	78.9	90.7	514.6
Block Totals	350.8	359.0	364.0	362.2	341.3	377.8	$y_{..} = 2155.1$

Vascular grafts: giunzioni prodotte estrudendo billette di resina in politetrafluoroetilene. La pressione di estrusione influenza la presenza di “flick” = piccole protrusioni esterne= difetti.

y = percentuale di tubi che non contengono difetti (è misurata su una sequenza standard di produzione).

Disturbo= Z =Forniture di resina

ANalisi Of VAriance

Caso: variabile singola + 1 fattore di disturbo da “bloccare”

Se rifiutiamo l'ipotesi sebbene sia vera (quindi affermiamo che i trattamenti non sono efficaci pur essendolo nella realtà) abbiamo una probabilità di errore > 99% (è la confidenza)

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F_0	P -Value
Treatments (Extrusion pressure)	178.17	3	59.39	8.11	0.0019
Blocks (Batches)	192.25	5	38.45		
Error	109.89	15	7.33		
Total	480.31	23			

$SS_{total} = SS_{treat} + SS_{block} + SSE$

N.B. Se nell'ANOVA non si considera SS_{block} aumentano i rischi di imputare al trattamento effetti che sono anche dei blocchi infatti nel calcolo:

- cambiano i gradi di libertà di SSE quindi F di confronto
- cambia SSE quindi F_0

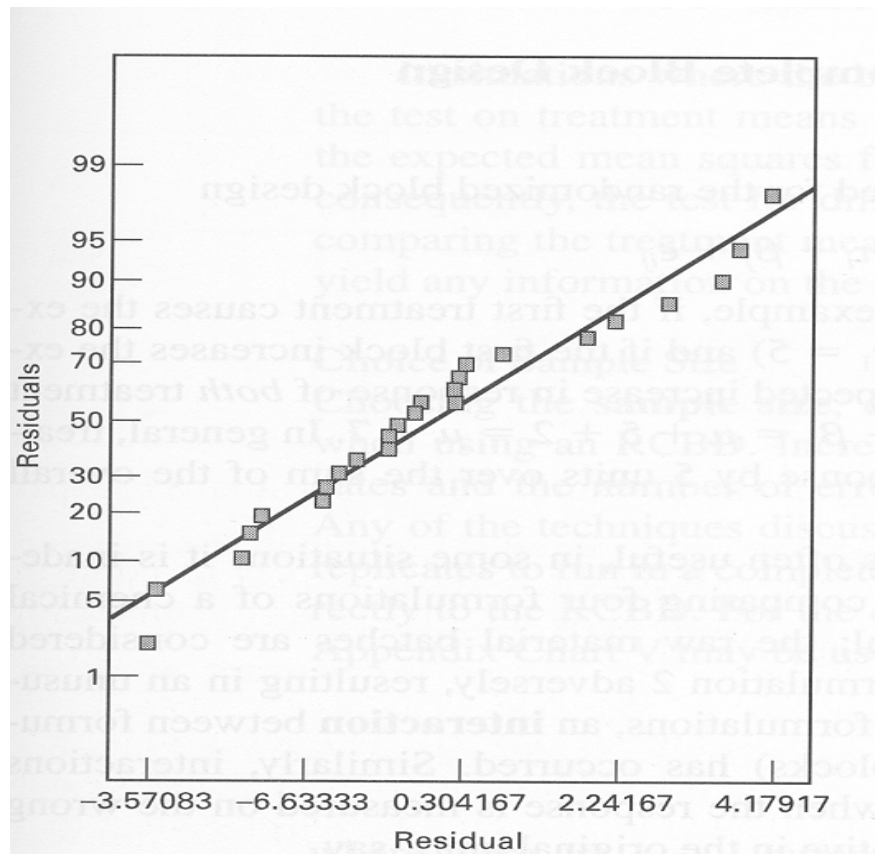
Se rifiutiamo l'ipotesi sebbene sia vera (quindi affermiamo che i trattamenti non sono efficaci pur essendolo nella realtà) abbiamo una probabilità di errore > **97.65%** (è la confidenza)

Source of Variation	Sum of Squares	Degrees of Freedom	Mean Square	F_0	P -Value
Extrusion pressure	178.17	3	59.39	3.95	0.0235
Error	302.14	20	15.11		
Total	480.31	23			

Il margine di errore è diminuito perché i calcoli risentono di una maggiore dispersione del risultato da imputare alla presenza di un errore “sistematico” introdotto dal blocco: batches

ANalisi Of VAriance

Caso: variabile singola + 1 fattore di disturbo da “bloccare”



Verifica dell'adeguatezza del modell attraverso Normal probability plot: cosa ci dice?

Altri approfondimenti sono presenti su e-learning

In particolare:

Lo studio dei piani fattoriali con e senza ANOVA

Il confronto tra analisi monovariata e DOE

