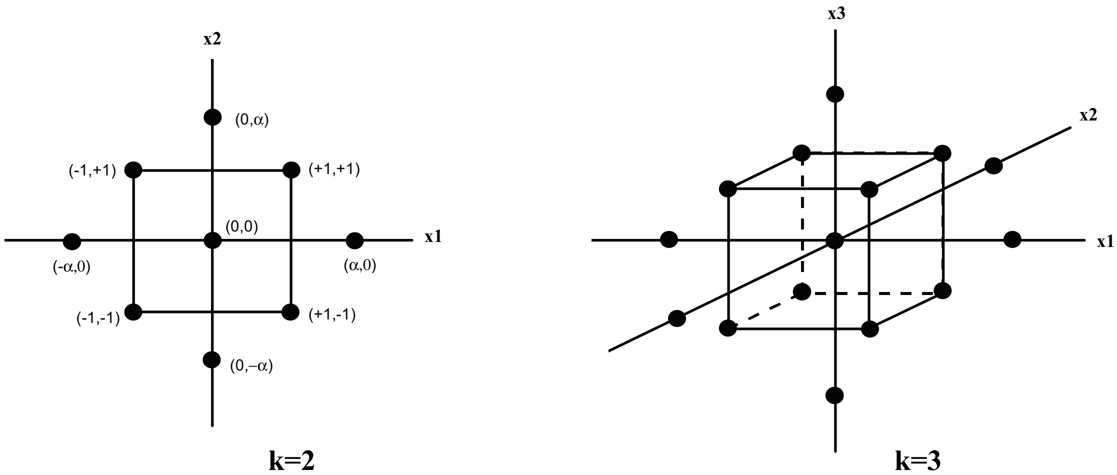
Central Composite Design

Le matrici ortogonali fin qui studiate generalmente sono adottate per lo studio dei legami causa-effetto tra variabili e risposta, quando occorre creare dei modelli di previsione analitica, detti superfici di risposta, si preferisce ricorrere al central composite design.

Nel caso di modelli polinomiali del I ordine, l'ortogonalità del disegno, ad esempio, assicura che la varianza dei coefficienti ottenuti per regressione, sia minima; in questo caso quindi possono essere usati tutti i piani di tipo 2^k e le loro frazioni di risoluzione III (in cui gli effetti principali non sono confusi tra loro). Piani di questo tipo però non consentono la stima dell'errore sperimentale, a meno che non siano ripetute delle osservazioni; un modo comune di operare consiste nell'eseguire tali replicazioni al *centro*[2] del disegno.

La costruzione di modelli del II ordine, di gran lunga quelli più utilizzati, richiede che sia verificata un'altra importante proprietà: la *rotabilità.* Un disegno si dice *ruotabile* se la varianza della risposta in qualsiasi punto della regione di interesse, è funzione solo della distanza del punto dal centro del disegno, e non della direzione; in questo modo il piano sperimentale fornisce una stessa precisione di stima in tutte le direzioni, indipendentemente da come esso è ruotato intorno al centro. I piani della serie 2^k sono tutti *ruotabili*, mentre quelli di tipo 3^k cioè con fattori a tre livelli, necessari per il fitting di superfici di II ordine, non lo sono, per questo la scelta del DOE deve ricorrere ad una formulazione differente: il central composite design. Questi sono dei piani fattoriali 2^k , completi o frazionati, in cui i 2^k punti sono aumentati da:

- $2k$ *punti di stella*: $(\pm\alpha, 0, 0,...,0)$, $(0, \pm\alpha, 0,...,0)$, $(0, 0, \pm\alpha,..., 0)$, $(0, 0, 0,...,\pm\alpha)$;
- n_c *punti centrali* $(0, 0, 0,...,0)$.



k=2 **k=3**

Fig. III.2: Rappresentazione grafica del posizionamento dei punti di stella in CCD

Un *CCD* è reso *ruotabile* da un'opportuna scelta di α, che dipende dal tipo di piano attraverso il numero dei fattori *q* e l'eventuale frazionamento *p*; per questo dovrà risultare:

---

[2] Supponendo che i livelli dei *k* fattori siano rappresentati da -1 (basso) e +1 (alto), il centro è individuato da $x_i = 0$, $i=1,2,...,k$ in cui 0 è il livello intermedio.

$$\frac{\alpha}{\beta} = 2^{(q-p)/4}$$

L'*ortogonalità* dipende invece da n_c:, nella tabella seguente è presentato uno specchio riassuntivo dei valori che n_c deve assumere dipendentemente dal tipo di piano sperimentale e di frazionamento usati.

DIMENSIONE DEL PIANO *(q)*	*2*	*3*	*4*	*5*	*5*	*6*	*6*	*7*	*7*	*8*	*8*	*8*
FRAZIONAMENTO	*NO*	*NO*	*NO*	*NO*	2^{-1}	*NO*	2^{-1}	*NO*	2^{-1}	*NO*	2^{-1}	2^{-2}
α/β	*1.414*	*1.682*	*2.000*	*2.378*	*2.000*	*2.828*	*2.378*	*3.364*	*2.828*	*4.000*	*3.364*	*2.828*
n_C	*8*	*9*	*12*	*17*	*10*	*24*	*15*	*35*	*22*	*52*	*33*	*20*

Tabella III.7: Specchio riassuntivo dei valori di α/β *e* n_c