Esercitazione: circuitazione, potenziale, funzione di corrente

1. Calcolare la circolazine per del campo di velocità in coordinate cartesiane $u = 3x + 2y \quad v = x - y$ calcolare la circolazione Γ intorno al quadrato di vertici $A = (0, 0)\, B = (1, 0)\, C = (1, 1)\, D = (0, 1)$. Ripetere lo stesso calcolo utilizzando il teorema di Stokes.

2. Dato il campo di velocità generato da un vortice a potenziale (vortice libero) $\mathbf{u}\Gamma_v/(2\pi\, r)\, \hat{\mathbf{e}}_\theta$ calcolare la circolazione intorno al cerchio di raggio $r = 1$ centrato nell'origine.

3. Per il campo di velocità al punto precedente, valutare la circolazione associata ad un percorso che non contiene l'origine.

4. Dato il campo di velocità bidimensionale generato da una sorgente posta nell'origine $\mathbf{u} = \sigma/(2\pi\, r)\hat{\mathbf{e}}_r$ calcolare la portata attraverso il cerchio di raggio $r = 1$ centrato nell'origine. Ripetere il calcolo della portata attraverso il quadrato di lato $\ell = 1$ centrato nell'origine.

5. Per il campo di velocità al punto precedente, valutare la portata attraverso un percorso chiuso che non contiene l'origine.

6. Dato il potenziale $\phi = x^2 - y^2$ calcolare le componenti cartesiane della velocità u e v. Verificare che la componente della vorticità ortogonale al piano sia nulla.

7. Scrivere il potenziale generato dalla sovrapposizione di un flusso uniforme e di una sorgente unitaria posta nell'origine.

8. Data la funzione di corrente $\psi = 2y - x^2$ calcolare
   - le componenti cartesiane della velocità u e v
   - la vorticità

9. Data la funzione di corrente $\psi = 2xy$ calcolare
   - la pendenza delle linee di corrente
   - la portata tra due le due linee di corrente passanti per i pinti $(1, 0)$ e $(3, 0)$