



Università degli studi di Roma *la Sapienza*
Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Meccanica - Corso di Progettazione funzionale
Prof. N.P. Belfiore -
A.A. 2005/06

Esercitazione N. 4

METODI DI SINTESI BASATI SULLE POLARI DEL PRMO ORDINE

ESERCIZIO 4.1

Considerando i 4 casi possibili ottenuti combinando le ipotesi

$$\frac{dy}{dx} > 0 \quad \text{in alternativa a} \quad \frac{dy}{dx} < 0 \quad \text{e} \quad \frac{d^2y}{dx^2} > 0 \quad \text{in alternativa a} \quad \frac{d^2y}{dx^2} < 0,$$

si dimostri che l'equazione parametrica dell'evoluta è data dalle due relazioni

$$x_{\Omega} = x - \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)\dot{y}}{(\ddot{y}\dot{x} - \ddot{x}\dot{y})} \quad \text{e} \quad y_{\Omega} = y + \frac{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)\dot{x}}{(\ddot{y}\dot{x} - \ddot{x}\dot{y})}.$$

ESERCIZIO 4.2

Dimostrare che il raggio di curvatura dell'evoluta di una traiettoria si può esprimere tramite l'espressione

$$\rho_E = \frac{3h\rho\delta^2}{(\delta\cos\psi - h)^2} \left(\frac{\cos\psi}{M} + \frac{\sin\psi}{N} - \frac{\cos\psi\sin\psi}{h} \right),$$

essendo

$$M = -\frac{3\delta}{\delta'}, \quad N = \frac{3rr'}{2r - r'}.$$

ESERCIZIO 4.3

Dimostrare che la quartica della derivata della curvatura assume l'espressione

$$\lambda_1 MN(\delta\eta - \xi^2 - \eta^2)^2 - 3\delta[(\xi^2 + \eta^2)(M\xi + N\eta) - MN\xi\eta] = 0$$

e che, per valori nulli del raggio di curvatura dell'evoluta, la stessa si riduce alla cubica di curvatura stazionaria. Supponendo vera quest'ultima ipotesi ($\rho_E = 0$), si dimostri che, per i moti cicloidali, la cubica di curvatura stazionaria assume l'espressione

$$\xi^2 + \eta^2 - 3\frac{rr'}{2r - r'}\eta = 0.$$

che coincide con la medesima espressione cui si perviene mediante il metodo degli invarianti geometrici.