

Principi e Metodologie della Progettazione Meccanica

Corso del II anno della laurea magistrale
in ingegneria meccanica

ing. F. Campana

Modellazione di superfici: introduzione
Curve parametriche di Hermite e Bezier

Il CAD e la progettazione concettuale

Nella progettazione concettuale la modellazione di superfici attraverso strumenti CAD interviene in tutti quei casi in cui la forma esteriore del prodotto, generalmente intesa come “stile”, rappresenta un requisito di progetto predominante. Esempi di ciò si hanno nel settore automobilistico per le carrozzerie, nel settore nautico per le carene e più in generale nell’ambito dei prodotti di design (mobili, accessori per la casa, ...).

Sebbene lo stile sia una prerogativa “artistica” spesso sviluppata con disegni a mano, il processo industriale di sviluppo prodotto richiede necessariamente una successiva modellazione digitale delle forme (su cui poi si procede nello sviluppo del *prototipo virtuale*).

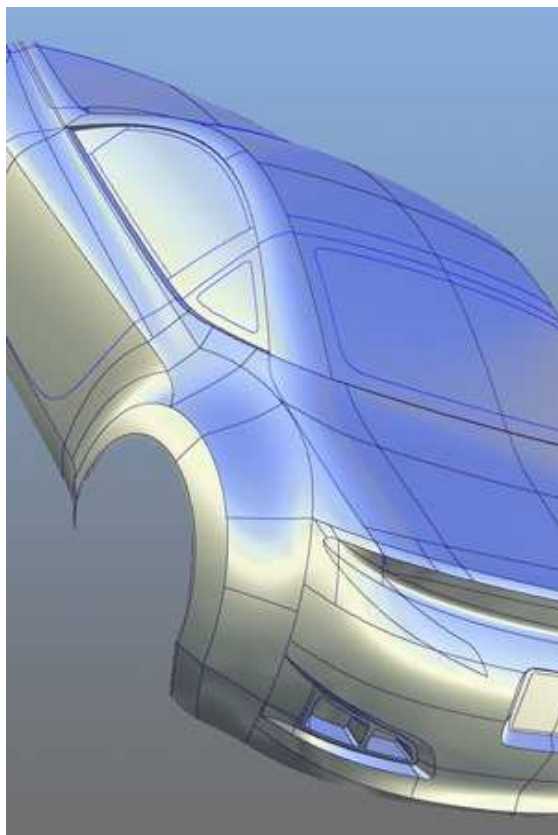
Gli strumenti CAD intervengono quindi per “informatizzare” lo stile ma poi possono anche essere utili per modifiche correttive.

Nell’ambito dello sviluppo di carrozzerie la modellazione delle superfici si affianca alla pratica del *Reverse Engineering* ovvero all’acquisizione e restituzione digitale delle forme di un prototipo fisico dello stile (in genere in plastilina).

Altri strumenti CAD che possono aiutare lo sviluppo concettuale sono:

- la modellazione 3D a partire da acquisizioni di schizzi reali o da foto;
- la definizione semplificata di layout 2D di assiemi su cui “costruire” il prodotto.

MODELLAZIONE DELLE SUPERFICI



La modellazione di superfici consente la creazione di forme esterne complesse attraverso la collezione di superfici più piccole (patch).

Ciascuna “pezza” è caratterizzata dall’insieme di:

- equazioni parametriche
- bordi e vertici

L’intera geometria deve essere priva di “strappi” e la continuità almeno in tangenza (preferibile la continuità sulla curvatura) delle superfici.

In ambito automobilistico, per la definizione degli elementi di stile, si distinguono 3 classi di precisione.

Continuità di posizione
Continuità in tangenza
Continuità di curvatura

Classe A

$\leq 0.01 \text{ mm}$
 $\leq 0.1^\circ$
*uguale per
almeno 100 mm
di bordo*

Classe B

$\leq 0.01 \text{ mm}$
 $\leq 0.1^\circ$
non necessaria

Classe C

$\leq 0.05 \text{ mm}$
 $\leq 0.5^\circ$
non necessaria

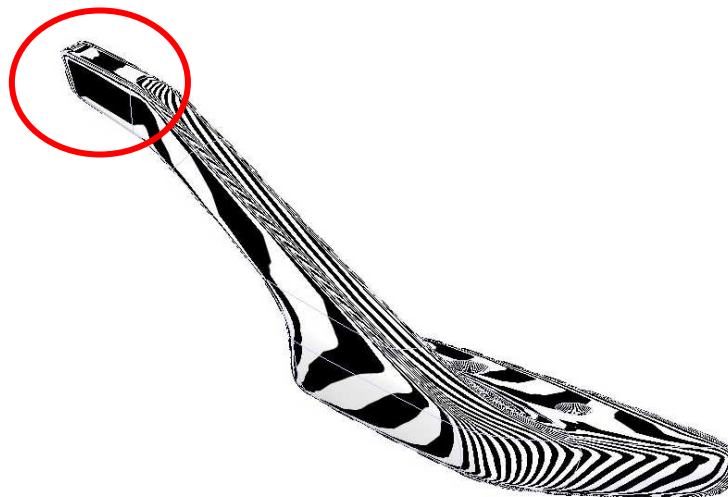
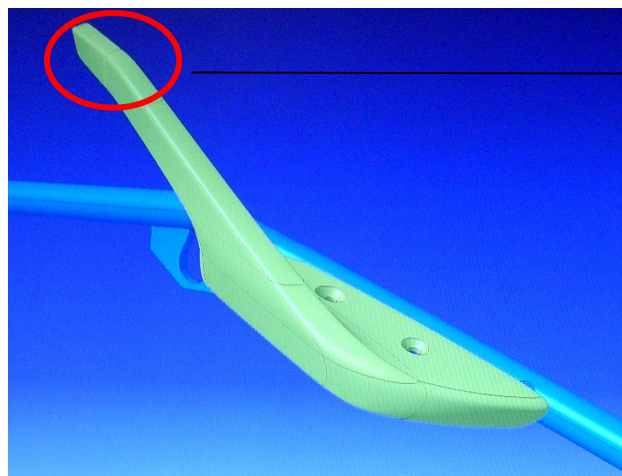
*Valori di
riferimento per
FIAT AUTO*

MODELLAZIONE DELLE SUPERFICI

L'analisi delle curvature o lo Zebra Plot aiutano in modo interattivo questa verifica.



La Zebra analysis deriva dal controllo qualità delle carrozzerie: consiste nella proiezione di strisce la cui riflessione distorta da parte della superficie mette in luce discontinuità nelle tangenti e nella curvatura



MODELLAZIONE DELLE SUPERFICI

La creazione delle superfici può avvenire mediante:

- **Interpolazione di punti di input,**
- **Interpolazione di reti di curve,**
- **traslazione o rivoluzione di curve.**

Le curve PARAMETRICHE maggiormente adottate sono:

- **cubiche (curve di Hermite),**
- **curve di Bezier,**
- **B-Spline,**
- **NURBS.**

I requisiti che hanno portato all'evoluzione di queste formulazioni sono stati:

- la facilità di controllo della forma e della classe delle curve (continuità della tangenza e/o della curvatura) consentendo manipolazioni interattive locali;
- la capacità di disegnare superfici coniche
- la facilità di elaborazione numerica per la gestione degli aspetti grafici (manipolazione delle viste, scalature di forma, offset, ...)

MODELLAZIONE DELLE SUPERFICI

curve di Hermite

- La forma parametrica più elementare è quella relativa alle curve cubiche:

$$\mathbf{P}(u) = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 u + \mathbf{A}_2 u^2 + \mathbf{A}_3 u^3 \quad u \in [0, 1]$$

Imponendo: 1]

- il passaggio della curva in un punto iniziale $\mathbf{P}(0)$ ed in uno finale $\mathbf{P}(1)$
- la direzione tangente in tali punti $\mathbf{P}'(0)$, $\mathbf{P}'(1)$

Si ottiene:

$$\mathbf{P}(u) = [2u^3 - 3u^2 + 1 \quad -2u^3 + 3u^2 \quad u^3 - 2u^2 + u \quad u^3 - u^2] \begin{Bmatrix} \mathbf{P}(0) \\ \mathbf{P}(1) \\ \mathbf{P}'(0) \\ \mathbf{P}'(1) \end{Bmatrix}$$

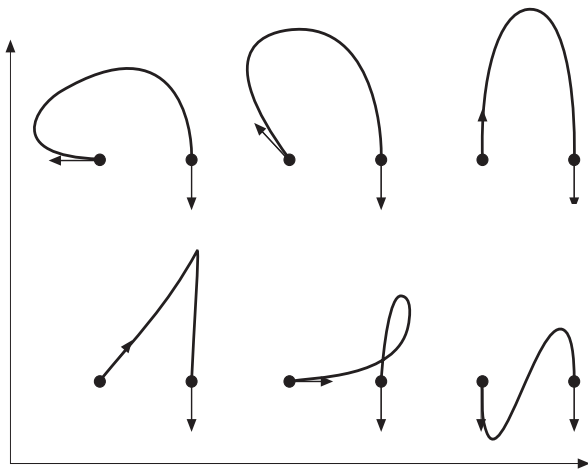
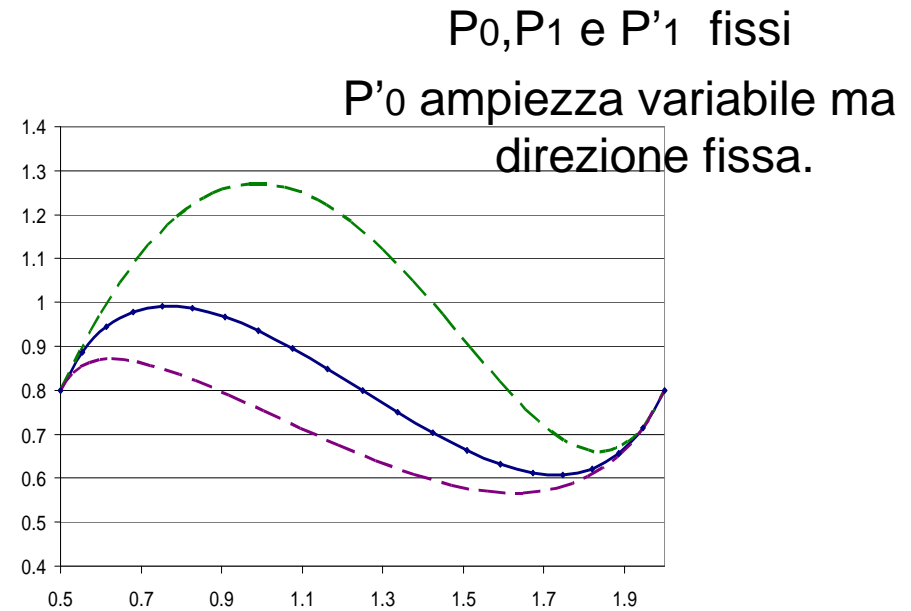
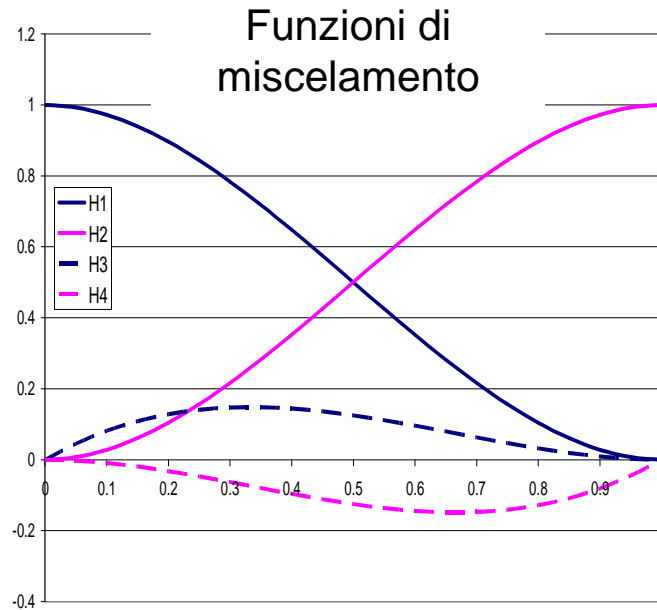
blending functions

**(funzioni di
miscelamento)**

Attraverso queste funzioni si “mescolano” gli effetti delle condizioni di input ...

MODELLAZIONE DELLE SUPERFICI

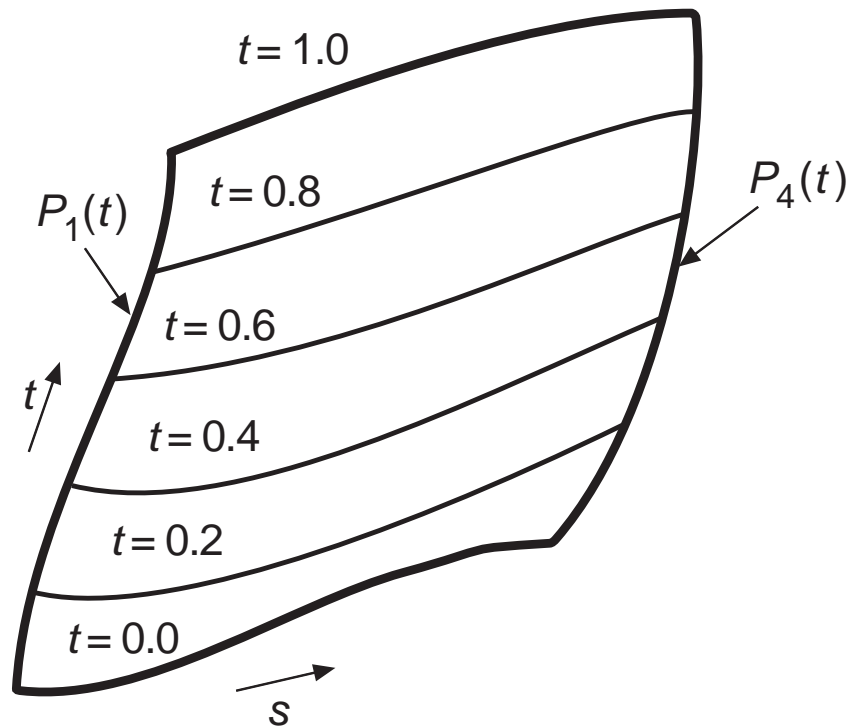
curve di Hermite



P_0, P_1 e P'_1 fissi
 P'_0 ampiezza costante ma
 direzione variabile.

MODELLAZIONE DELLE SUPERFICI

Le superfici di Hermite sono superfici parametriche bicubiche in due direzioni (t ed s riferendosi alla figura) definite attraverso due curve di Hermite di bordo ($P_1(t)$ e $P_4(t)$) e due curve tangenti



MODELLAZIONE DELLE SUPERFICI

curve di Bezier

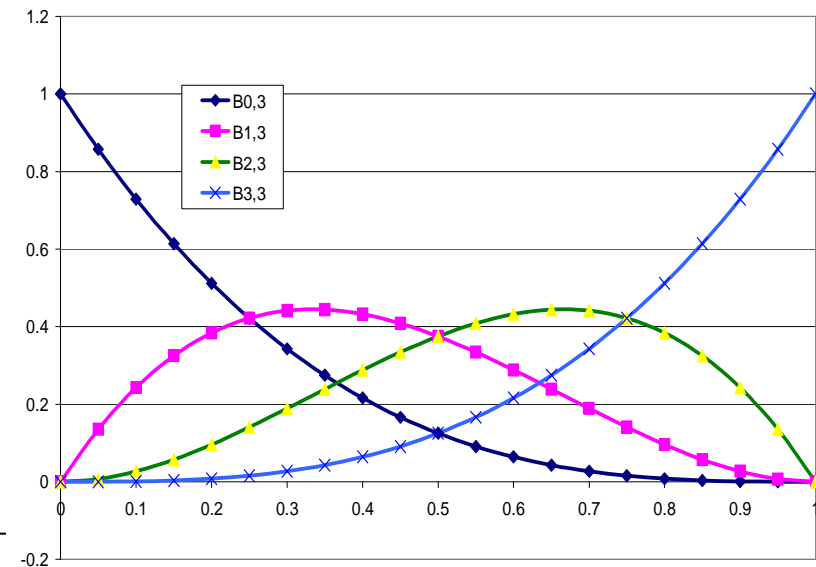
- Le curve di Bezier aumentano la versatilità prevedendo $n+1$ punti di controllo pesati attraverso funzioni di miscelamento del tipo:

$$B_{i,n}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i}$$

La curva viene descritta mediante l'equazione parametrica:

$$\vec{P}(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) \vec{P}_i$$

Il grado del polinomio è n e nell'intervallo di u la somma delle funzioni di mescolamento è pari ad 1.



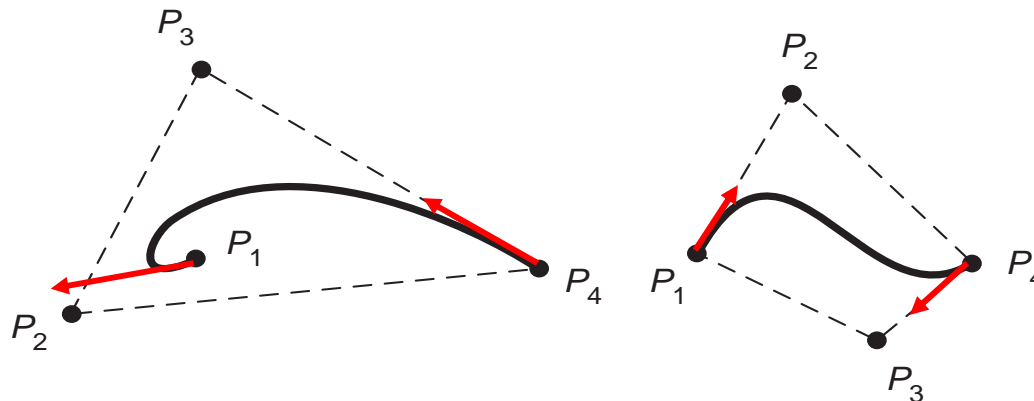
MODELLAZIONE DELLE SUPERFICI

curve di Bezier

La curva passa solo per P_0 e P_n e lì le tangenti sono parallele rispettivamente al primo ed ultimo segmento del poligono di controllo

La sua forma è dovuta esclusivamente ai P_i

Il poligono di controllo definito da P_i è convesso e contiene la curva (= vantaggi di calcolo per valutare l'intersezione di curve e di patch)



Anche le curve di Bezier sono invarianti rispetto a trasformazioni geometriche.